

## MEVSİMSEL KOİNTEGRASYON: TÜRKİYE VERİLERİNE BİR UYGULAMA

Arş. Gör. Hasan TÜRE  
Gazi Üniversitesi  
İ.İ.B.F Ekonometri Bölümü  
Tel : 2126853/1213  
hasanture@gazi.edu.tr

Doç. Dr. Yılmaz AKDİ  
Ankara Üniversitesi  
Fen Fakültesi İstatistik Bölümü  
Tel : 2126720/1254  
akdi@science.ankara.edu.tr

# MEVSİMSEL KOİTEGRASYON: TÜRKİYE VERİLERİNE BİR UYGULAMA

## Özet

Bu çalışmada Türkiye' nin makroekonomik değişkenlerinden GSYİH ile tüketim serileri arasında 1987:1–2003:4 döneminde mevsimsel kointegre bir ilişki olup olmadığı araştırılmaya çalışılmıştır. Kointegrasyon testine geçebilmek için serilerin bütünleşme sıraları hesaplanmıştır. Mevsimsel birim kök testleri HEGY metodu kullanılarak yapılmış ve her iki seride de mevsimsel birim köke rastlanmıştır. Daha sonra mevsimsel kointegrasyon testleri Hylleberg, Engle, Granger, Yoo (1990) ve Engle, Granger, Hylleberg, Lee (1993) yöntemleri ile yapılmıştır. Serilerde 0, 1/4 ve 3/4 frekansta kointegre ilişki bulunmuştur. Fakat 1/2 frekansta kointegre ilişkiye rastlanamamıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Mevsimsellik, mevsimsel birim kök, mevsimsel kointegrasyon

## Abstract

In this study, a possible seasonal cointegration relationship between income and consumption in the period 1987:1-2003:4 for Turkey. In order to search for cointegration relationship, both series are checked whether they are integrated at the same level or not. Seasonal integrations have been checked by using HEGY method and seasonal unit roots are observed for both series. Later, seasonal cointegration is searched by using the methods proposed by Hylleberg, Engle, Granger, Yoo (1990) and Engle, Granger, Hylleberg, Lee (1993). We observed that these series are cointegrated at the frequencies 0, 1/4 and 3/4. But the series are not cointegrated at 1/2 frequency.

**Key Words:** Seasonality, Seasonal Unit Root, Seasonal Cointegration

## 1. Giriş

Son yıllarda birim kök ve kointegrasyon kavramları ile bunların uygulamaları ekonometrislerin büyük ilgisini çekmiştir. Özellikle 90'lı yıllardan itibaren ekonometrisler mevsimsellikten arındırılmamış serilerin modellenmesi ile ilgili çalışmalara yönelmişlerdir. Genel olarak oluşmuş yanlış bir kaniye göre, serideki mevsimsel dalgalanmalar sadece mevsimlerin değişmesi ve takvimsel olaylardan meydana gelmektedir. Aksine bu dalgalanmalarda ekonomiye yön veren kuruluşların da büyük etkisi olmaktadır (Franses ve McAleer, 1998: 651). Hylleberg (1992), Ghysels (1994) ve Miron (1996) mevsimsel modellemeye ilgilenmiş ve nedenlerini tartışmışlardır.

Birim köklü zaman serileri analizindeki hızlı gelişmeler ekonomik uygulamalar üzerinde etkili olmuştur. Tek değişkenli birim kök testleri ilk olarak Fuller(1996) ve Dickey ve Fuller' in (1979) çalışmaları ile başlamış ve Nelson Ploser (1982) bu metotları çeşitli makroekonomik verilere uygulamıştır. Granger (1981) kointegrasyon kavramını ortaya atmış ve herhangi iki serinin kointegre olabilmesi için her iki serinin de aynı dereceden bütünleşik olması gerektiğini vurgulamıştır. Yalnız bütün bu çalışmalar, serilerde mevsimsel dalgalanmaların olmadığı durumlarda geçerlidir. Ancak birçok ekonomik seride mevsimsel dalgalanmanın yanı sıra mevsimsel birim kök bulunabilmektedir. Mevsimsel fark filtre yönteminin kullanılması ile seride mevsimsel birim kökün varlığı üstü kapalı şekilde belirtilmiştir (Box ve Jenkins, 1970).

İstatistiki sonuç çıkarımlar açısından, serinin durağanlığı önemlidir. Onun için serilerin önce birim kök içerip içermediğinin sınılanması gerekir. Eğer seri durağan değil ise, yani birim köklü ise önce durağanlaştırılmalıdır. Bunun için en pratik yol da fark alma tekniğidir. Seride kaç tane birim kök varsa o kadar fark alma işlemi yapılmalıdır. Yoğun olarak kullanılan Dickey-Fuller yöntemi, bir tek birim kökün varlığının sınılanması için geliştirilmiş olup, birden fazla birim kökün sınılanması için kullanılamayacağı Dickey ve Pantula (1987) tarafından belirtilmiş ve birden fazla birim kökün olması durumunda, istatistiki sonuç çıkarımların anlamsız olacağı belirtilmiş ve ardışık birim kök testi (sequential unit root tests) olarak adlandırdıkları bir test yöntemi önermişlerdir. Fakat mevsimsel serilerde birim kök varsa, bu birim kökler tekrar etmektedir. O zaman, tekrar eden birim kök sayısı kadar fark almak seriyi durağanlaştırmadığı gibi, çok karmaşık modellere de dönüşebilmektedir. Onun için, mevsimsel fark alma yöntemleri kullanılmalıdır (Akdi, 2003: 84). Yani, serideki birim kökün

mevsimsel olup olmadığı önemlidir. Bunun için birçok yöntem geliştirilmiştir. DHF olarak adlandırılan Dickey, Hazsa ve Fuller (1984) yöntemi ile HEGY testi olarak adlandırılan Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) çalışmaları ön plana çıkmaktadır.

DHF tekniğinde birim kökün hangi frekansta olduğu ile ilgilenilmemiştir ve bu durum HEGY yöntemi ile giderilmiştir. Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) da üçer aylık seriler üzerinde bu frekansları uygulamaları ile birlikte incelemiştir. Daha sonra Beulieu ve Miron (1990) ve Franses (1990) aylık verilerde mevsimsel birim kökün varlığını sınımlamışlardır.

Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990)'da İngiltere'nin makro ekonomik değişkenlerinden gelir ve tüketim için mevsimsel birim kök testi yapılmıştır. Tüketim serisinde mevsimsel birim kök bulunmuş ancak gelir serisinde bulunamamıştır.

Çok değişkenli zaman serilerinde serinin kendisi durağan olmadığı halde öyle bir lineer birleşimi durağan oluyorsa, seriye kointegrasyonludur denmektedir. Herhangi iki seri aynı dereceden bütünleşik ise, bu iki serinin kointegrasyonlu olup olmadığının sınanması için regresyondan elde edilen artıklar serisinin durağan olup olmadıklarının araştırılması gerekmektedir. Aynı yöntem mevsimsel seriler için de kullanılabilir. Engle ve Granger (1987) önerilen kointegrasyon testi benzer şekilde ilk defa Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) tarafından İngiltere verilerine (gelir ve tüketim) uygulanarak geliştirilmiştir. Daha sonra, Engle, Granger, Hylleberg ve Lee (1993) Japonya verilerine aynı metodu uygulamışlar ve Japonya'nın gelir ve tüketim verilerinde mevsimsel birim kök olduğu sonucuna varmışlardır. Onun için Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo(1990) da üretilmeyen kritik değerler  $1/4$  ve  $3/4$  frekanslarında üretilmiştir.

## **2. Ekonomik Zaman Serilerinde Mevsimselliğin Gözlenmesi ve Karakteristik Özellikleri**

Birçok ticari ve ekonomik zaman serisi mevsimsel davranışlar sergilemektedir. Mevsimsel hareketler zamanın belirli periyotlarında kendiliğinden gerçekleşmektedir. Daha açık bir ifadeyle mevsimsellik, zaman serisinin zamanın belirli aralıklarında belirli sayıda tepe ve dip değerleri içermesidir.

Günlük konuşmada da oldukça geniş kapsamda kullanıma sahip olan “mevsimsellik” kelimesi acaba neyi ifade etmektedir? Herkes bu konu hakkında bir şeyler bilmekte ve söylemektedir.

Ancak az bir kısmı uygulanabilir bir tanımlama yapabilmektedir. Dahası mevsimsellik hakkındaki bazı tanımlamalarda sistematik bir hareketten bahsedilmektedir. Acaba tam olarak sistematiklik neyi ifade etmektedir? İşte cevabı bulunması gereken soru da bu. Bu sorunun cevabı tek şekilde bulunabilir bu da seride mevsimsel dalgalanmaya neyin sebep olduğunu bulmaktır(Hylleber 1992: 3). Thomas ve Wallis (1971), Granger (1978) ve Hylleberg (1986) da bu sorunun cevabı bulunmaya çalışılmıştır. Mevsimselliğin oluşmasındaki etkenleri üç sınıf içerisinde toplayabiliriz

- i) hava durumu, yani, sıcaklık, yağış, güneş ışığından faydalanma saati v.b.
- ii) takvimsel olaylar
- iii) karar verme zamanları, yani, okul tatilleri, iş sektörü tatilleri, vergi yılları, hesap dönemleri, kar payı veya maaş ödeme dönemleri.

Bu etkenlerden bazıları uzun dönemde değişim göstermezler, ama bazıları da kesikli zaman aralıklarında değişim gösterirler (tatiller, vergi yılları gibi). Bu etkilerden bazılarının ne zaman olacakları tahmin edilebilir, bazıları ise tahmin edilemez (hava durumu gibi) (Hylleberg, 1992: 3).

Bu temel sebeplerin çeşitli ekonomik değişkenler üzerinde doğrudan bir etkisi olabilir (hasat değişkeni mevsimsel değişimden oldukça fazla etkilenir, hava durumu bu değişkenin yön bulmasında oldukça etkilidir). İktisatçılar üretim ve tüketim miktarlarını; beklentilerine, tercihlerine, fiyatlara ve fiziksel yeterliliklerine göre düzgün bir şekilde belirleyebilmeyi tercih ederler. Ancak bu faktörler yıl boyunca değişmekte olup bu değişim içsel de olabilmektedir. Böylece ekonomik serilerde ki mevsimsel hareketler içsel değişkenlerinde etkisiyle karmaşık bir süreç doğurmaktadır (Hylleberg, 1992:4). Dondurma satışlarının oluşturduğu bir zaman serisi mevsimseldir. Çünkü her yılın belirli aylarında artış göstermektedir (yaz ayları) ve belirli aylarında azalış göstermektedir (kış ayları). Bu hareketini de düzenli bir şekilde her yıl tekrarlamaktadır. Benzer şekilde aylık otomobil satışları Ağustos ve Eylül aylarında azalma eğilimindedirler. Çünkü bir sonraki yıl yeni modeller piyasaya sürülecektir.

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere; aylık verilere,

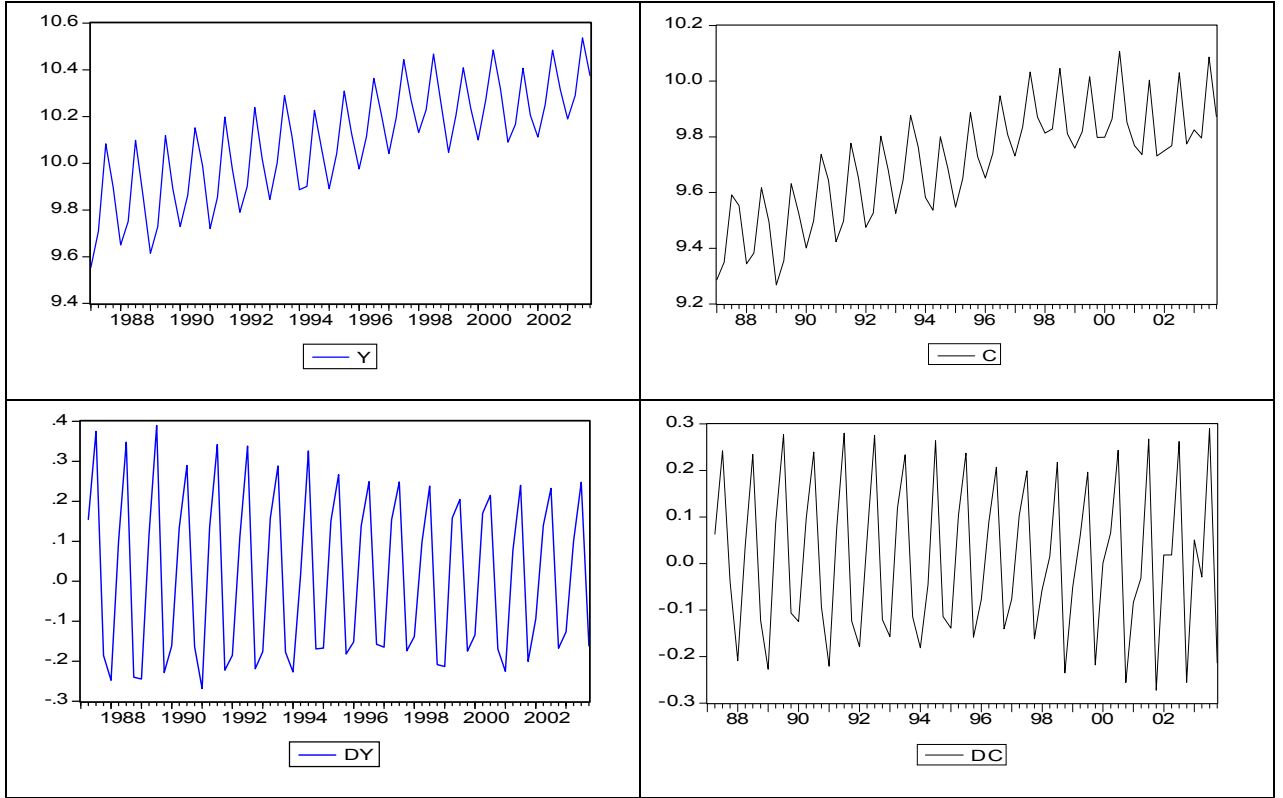
$$(Y_t - \mu) = \alpha(Y_{t-12} - \mu) + e_t \quad (1)$$

şeklinde bir model önerilebilir. Bu serinin karakteristik denklemi  $m^{12} - \alpha = 0$  olup,  $\alpha = 1$  ise, seri durağan değildir ve bu durumda denklemin 12 tane kökü de mutlak değerce 1 dir. Seriyi durağan hale getirmek için  $W_t = (1 - B)^{12} Y_t$  dönüşümünün kullanılması durumunda, model oldukça karmaşık bir hale dönüşecektir. Fakat seri  $Y_t = (1 - B^{12}) Y_t$  dönüşümü ile de durağan hale gelir ve bu dönüşüm hem daha pratiktir hem de daha anlamlıdır (Akdi, 2003:84).

Makro ekonomik değişkenlerin kullanıldığı çalışmalarda serilerin doğal logaritmasının alınması ortak bir görüş birliği haline gelmiştir. Bu logaritma alma işleminin yapılmasının sebepleri düzeyde üstel bir büyüme gösteren serinin logaritması alındığında büyümenin lineer hale dönüşmesidir. Logaritmanın alınması ile varyans stabilize olmakta ve aykırı gözlemlerin etkileri azalmaktadır (Franses ve McAleer, 1998:654).

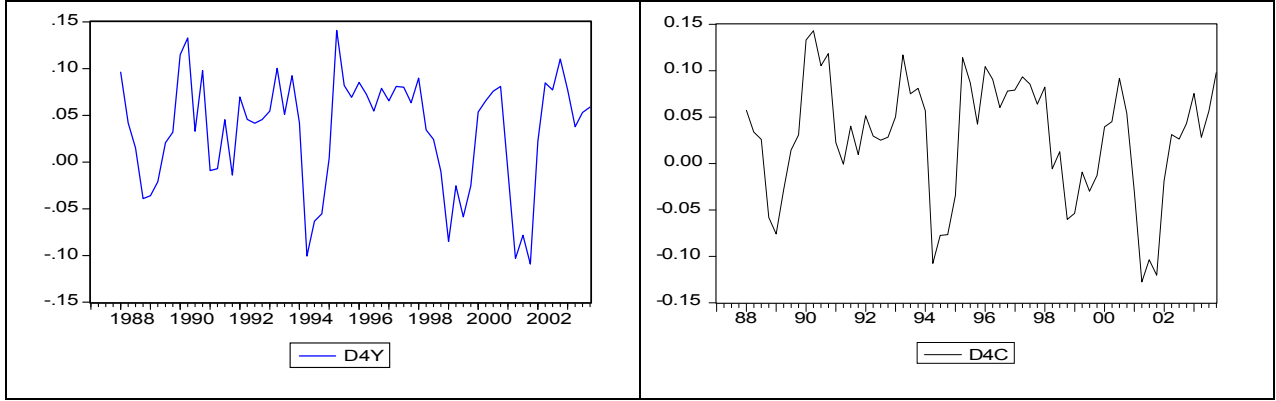
Bu çalışmada, Türkiye'nin makroekonomik değişkenlerinden GSYİH ve tüketim verileri incelenmiştir. Veriler 1987:1 – 2003:4 dönemlerini kapsamakta ve logaritmaları alınmıştır. Logaritması alınmış verilerin grafikleri Şekil 1 de verilmiştir. Grafiklerde Y ile  $\log(\text{GSYİH})$  ve C ile  $\log(\text{tüketim})$  temsil edilmektedir. Grafikler incelendiğinde her iki serideki mevsimsel dalgalanma kolayca gözlenmektedir. Bu dalgalanma serilerin birinci farklarının alınmasıyla daha açık bir şekilde gözlenebilmektedir.

**Şekil 1.** GSYİH ve tüketim serilerindeki üçer aylık değişimler ve birinci farkları,  $DY = Y - Y(-1)$ ,  $DC = C - C(-1)$

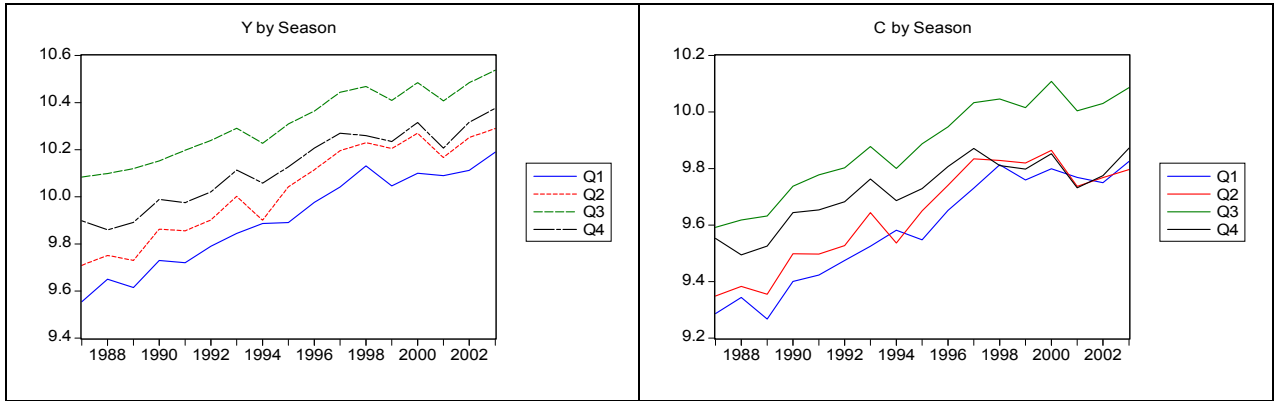


Box ve Jenkins (1970) belirttiği gibi serinin dördüncü sıradan farkını almak,  $Y_{4t} = (1 - B^4)Y_t$  dönüşümü serideki mevsimsel bileşeni kaldırmak için kullanılır. Şekil 2 de GSYİH ve tüketim serilerindeki mevsimsel bileşenin ortadan kalktığı görülmektedir. Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990)'da dördüncü sıradan farkı  $1 - B^4 = (1 - B)(1 + B)(1 + B^2)$  şeklinde bileşenlerine ayrılmıştır. Burada, birinci sıradan fark bileşeni  $(1-B)$  uzun dönemde bütünleşmiş (zero frequency) bileşeni,  $(1+B)$  bileşeni altı aylık frekansta bütünleşmiş bileşeni temsil eder.  $(1 + B^2) = (i - B)(-i - B)$  ise 1/4 ve 3/4 frekanslarında bütünleşmiş bileşeni temsil etmektedir. Şekil 1 de mevsimsel gidişatın periyot boyunca her iki seride de değiştiği gözlenmektedir. Bu durum Şekil 3 de daha açık bir şekilde gözlenebilir.

Şekil 2.  $Y_{4t} = (1 - B^4)Y_t$  ve  $C_{4t} = (1 - B^4)C_t$

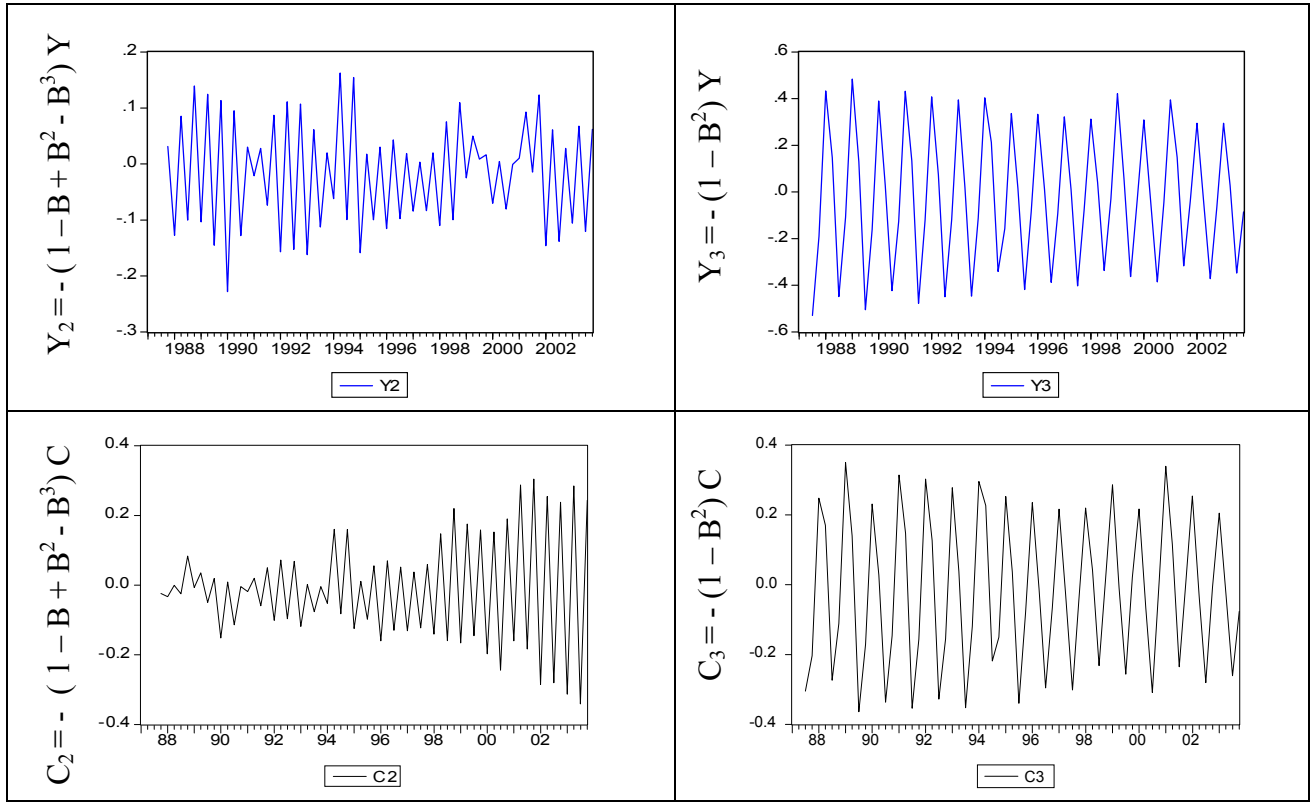


Şekil 3. GSYİH ve Tüketim serilerinin periyotlara göre grafikleri



Şekil 4 de ise  $Y_2 = -(1 - B + B^2 - B^3)$  ve  $Y_3 = -(1 - B^2)$  dönüşümleri her iki seriye de uygulanmıştır. Şekil 4 de  $Y_2$  dönüşümü ile seri  $\theta=0, 1/4, 3/4$  frekanstaki birim köklerden arındırıldıktan sonra  $1/2$  frekansta birim kök olup olmadığı grafiksel olarak gözlenmeye çalışılmıştır. Bu frekansta tüketim serisindeki mevsimsel dalgalanmanın daha belirgin olduğu gözlenmektedir.  $Y_3$  dönüşümü ile de  $1/4$  ve  $3/4$  frekanstaki dalgalanma gözlenmeye çalışılmıştır. Bu dalgalanmaların  $Y_2$  dönüşümdeki kadar hareketli olmadığı gözlenmiştir. Tabii bütün bu grafikler önsel bir bilgi olmaktan ileri gitmemektedir.

Şekil 4. GSYİH ve tüketim serileri için birim kök dönüşümleri



### 3. Mevsimsel Birim Kökün Araştırılması

Mevsimsel serilerde birim kökün varlığı birçok iktisadi probleme sebep olmaktadır. Onun için, seride mevsimsel birim kökün varlığının sınanması önemlidir. Bu konuda, pratikte çok kullanılan iki yöntem kısaca açıklanacaktır. Bunlar, daha önce de bahsedilen DHF ve HEGY yöntemleridir.

Önce DHF metodunu kısaca açıklamaya çalışalım.  $d$  mevsimsellik derecesini göstermek üzere, mevsimsel otoregresif zaman serisi modelini kısaca,

$$Y_t = \alpha_d Y_{t-d} + e_t, \quad t=1,2,\dots \quad (2)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada,  $H_0 : \alpha_d = 1$  ise seri mevsimsel birim köklüdür. Bu yokluk hipotezini test etmek için, Dickey, Hasza ve Fuller (1984) simetrik tahmin edicileri önermişlerdir.  $\alpha_d$ 'nin simetrik en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\tilde{\alpha}_d = \frac{2 \sum_{t=1}^n Y_t Y_{t-d}}{\sum_{t=1}^n (Y_t^2 + Y_{t-d}^2)} \quad (3)$$

olarak önerilmiştir. Bu hipotezi test etmek için, standart birim kök testinde olduğu gibi aşağıda verilen  $t$  – türü istatistik kullanılmaktadır. Bu test istatistiğinin tablo değerleri Dickey, Hasza ve Fuller (1984) de verilmiştir. Burada,

$$\hat{\tau}_d = 2^{1/2} \left[ \left\{ \sum_{t=1}^n (Y_t^2 + Y_{t-d}^2) \right\}^{-1} S^2 \right]^{-1/2} (\hat{\alpha}_d - 1) \quad (4)$$

olup

$$S^2 = (2n - 1)^{-1} \sum_{t=1}^n \left[ (Y_t - \hat{\alpha}_d Y_{t-d}) + (Y_{t-d} - \hat{\alpha}_d Y_t) \right]^2 \quad (5)$$

dir (Dickey, Hasza, Fuller, 1984: 355) .

Diğer bir metot ise Hylleberg, Engle, Granger, Yoo (1990) nin önerdiği ve uygulamada HEGY testi olarak bilinen yöntemdir. Bu yöntem

$$Y_{4t} = (1 - B^4) Y_t = \pi_1 Y_{1,t-1} + \pi_2 Y_{2,t-1} + \pi_3 Y_{3,t-2} + \pi_3 Y_{3,t-1} + e_t \quad (6)$$

şeklinde bir yardımcı regresyon çözümlemesine ihtiyaç duymaktadır (Hylleberg, Engle, Granger, Yoo, 1990:224). Burada;  $Y_{1t} = (1 + B + B^2 + B^3) Y_t$ ,  $\theta = 1/4, 1/2, 3/4$  frekanslarındaki birim köklerden arındırılmış bileşen,  $Y_{2t} = -(1 - B + B^2 - B^3) Y_t$ ,  $\theta = 0, 1/4, 3/4$  frekanslarındaki birim köklerden arındırılmış bileşen,  $Y_{3t} = -(1 - B^2) Y_t$  de  $\theta = 0, 1/2$  frekanslarındaki birim köklerden arındırılmış bileşenlerdir (Engle, Granger, Hylleberg, Lee, 1993:278). Regresyon denkleminde açıklayıcı değişken olarak katılan bu bileşenler, birim kökün frekansının belirlenmesine yardımcı olmaktadır. Yani, regresyon denklemindeki  $Y_{1t}$  değişkeninin katsayısı için  $H_0 : \pi_1 = 0$  hipotezinin  $H_a : \pi_1 < 0$  alternatifine karşı red

edilememesi serinin 0 frekansta birim köklü olduğu anlamına gelmektedir. Benzer şekilde,  $H_0 : \pi_2 = 0$  hipotezinin  $H_a : \pi_2 < 0$  alternatifine karşı red edilemez ise seri 1/2 frekansta birim köke sahiptir. Kompleks kökler için,  $\pi_3$  ve  $\pi_4$  parametrelerinin her ikisinin de sıfıra eşit olup olmadığı test edilmektedir. Eğer  $H_0 : \pi_2 = 0$  ve  $H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$  hipotezlerinin red edilememesi serinin mevsimsel birim köklü olduğunu göstermektedir (Hylleberg, Engle, Granger, Yoo, 1990:223). Regresyon denkleminde, bağımlı değişken  $(1 - B^4)Y_t$  nin gecikmeli değerlerinin katılması, dağılım üzerinde herhangi bir etki yaratmamaktadır. Ayrıca, regresyon denkleminde sabit terim (intercept), mevsimsel kukla (dummy) değişken ve trend gibi deterministik terimler de eklenebilmektedir. Regresyon denklemi trend, sabit terim ve kukla değişken içerdiğinde dağılımın kritik değerleri değişmektedir (Engle, Granger, Hylleberg, Lee, 1993: 279)

GSYİH ve tüketim serileri arasındaki bir veya daha fazla sayıda kointegre ilişkinin varlığının sınanması için öncelikle serilerin hangi frekanslarda aynı sıradan bütünleşik olduklarının bulunması gerekmektedir. Daha sonra aynı sıradan birim köklerinin olduğu frekanslarda kointegre ilişkinin varlığı araştırılacaktır. 1987.1 - 2003.4 döneminde GSYİH ve Tüketim serilerinin  $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$  frekanslarında HEGY metodu kullanılarak yapılan birim kök test sonuçları Tablo1 de verilmektedir.

**Tablo1.** 1987:1 - 2003:4 dönemi Türkiye, Log(GSYİH) ve Log(Tüketim) serileri için HEGY testi sonuçları

Değişken	Yardımcı Regresyon		't'	't'	't'	't'	'F'
	Deterministik Kısım <sup>a</sup>	Gecikme <sup>1</sup>	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_4$	$\pi_3 \cap \pi_4$
Y <sub>t</sub>	-	1, 4, 5, 8	2,9351	-0,8820	-2,2099*	-0,6509	2,6666
	I	1, 4, 5, 8	-1,5022	-0,9390	-2,1433*	-0,6538	2,5227
	I, SD	4	-0,9160	-4,1371*	-3,5324	-2,6571*	11,9087*
	I, TR	1, 4, 5, 8	-1,0667	-0,9345	-2,0732*	-0,6962	2,4102
	I, SD, TR	-	-2,1997	-4,7509*	-4,0884*	-2,5713*	14,3180*
C <sub>t</sub>	-	1, 4, 5	2,1205	1,7659	-1,6644	0,1278	1,3929
	I	1, 4, 5	-1,8349	1,6958	-1,6614	0,0584	1,3816
	I, SD	1, 4	-1,6522	-0,4514	-1,7581	-0,8181	1,8105
	I, TR	1, 4, 5	-2,1811	1,9233	-1,8545	0,0837	1,7225
	I, SD, TR	1, 4, 5	-1,9810	-0,1568	-1,4387	-0,5121	1,0915
C <sub>t</sub> - Y <sub>t</sub>	-	2	0,6825	-0,7994	-2,2365*	-0,9718	3,0015
	I	2	-0,9841	-0,8900	-2,2539*	-0,9971	3,0655*
	I, SD	1	-1,0631	-0,0931	-3,5910	-0,7421	6,9356*
	I, TR	2	-2,2219	-0,8891	-2,2038*	-1,0219	2,9781*
	I, SD, TR	1	-1,9540	-0,1069	-3,4766	-0,5601	6,3320

<sup>a</sup>I = sabit terim, SD = mevsimsel kukla değişken, TR = trend.

<sup>1</sup> bağımlı değişkenin gecikmeleri %5 de anlamlı bulunan p değerlerine göre seçilmiştir.

(\*) yokluk hipotezi reddedilmiştir.

Tablo1'e görüldüğü üzere tüketim serisi için sıfır frekansta ve diğer bütün mevsimsel frekanslarda ayrı ayrı kurulan birim kök yoktur ve mevsimsel birim kök yoktur hipotezi %5 anlamlılık düzeyinde reddedilememiştir. Bu durum tüketim serisi için hem sıfır frekansta hem de mevsimsel frekanslarda birim kök olduğu anlamına gelmektedir. Ancak GSYİH serisinde 0 frekansta birim kök bulunmuş, 1/2 frekansta; deterministik değişkenin bulunmadığı, sadece sabit terimin bulunduğu ve sabit terim ile trendin birlikte bulunduğu modellerde birim kök bulunmuştur. Sonuç olarak GSYİH serisinde de bazı durumlarda (deterministik bileşen yok, I, I ve TR) mevsimsel birim kök yoktur hipotezi reddedilememiştir. Bu sonuçlar ile her iki serisinde birlikte aynı sıradan bütünleşik olduğu frekanslarda kointegre ilişki test edilecektir.

#### 4. Mevsimsel Kointegrasyon

Kointegrasyon metodu zaman serilerinin durağan olmamaları durumunda regresyon sonuçlarının hatalı olabileceği düşüncesine bir çözüm getirmek amacıyla geliştirilmiştir. Bu gibi durumlarda da zaten “t – oranları ve diğer istatistiklerle regresyon modelini değerlendirmenin hatalı sonuçlar doğuracağı” görüşü oldukça yaygındır (Köse 1998:33).

Hylleberg, Granger, Engle, Yoo (1990) da mevsimsel birim kök ve mevsimsel kointegre vektörünün tahmin edilmesi için önerilen ve eksik yönleri Engle, Granger, Hylleberg ve Lee (1993) de tamamlanan yöntemi kullanarak, GSYİH ve tüketim verilerinin kointegre olup olmadığını incelemeye çalışacağız.

Aşağıdaki koşulları sağlayan  $X_t$  ve  $Y_t$  zaman serileri  $d$ .sirasında ortak bütünleşik olarak adlandırılır ve  $X_t, Y_t \sim CI(d)$  şeklinde gösterilir.

- i) Her iki seride  $d$ . sıradan bütünleşik  $I(d)$
- ii) Bu değişkenler  $\alpha_1 X_t + \alpha_2 Y_t$  şeklinde doğrusal bir biçimde bütünleşik olarak yazılabilirler.  $(\alpha_1, \alpha_2)$  vektörü de kointegrasyon vektörü olarak adlandırılır.

Hata düzeltme modeli (ECM) olarak bilinen,

$$\Delta Y_t = \beta_1 \Delta X_t + \beta_2 (Y_{t-1} - \beta X_{t-1}) + e_t \quad (7)$$

eşitliğinde hem bağımlı değişken  $\Delta Y_t$  hem de açıklayıcı değişkenler  $\Delta X_t$  ve  $(Y_{t-1} - \beta X_{t-1})$   $I(0)$ ’ dır. İki değişken arasında uzun dönem bir ilişkinin olabilmesi için her iki değişkenin de aynı sıradan bütünleşik ve hata teriminin de  $I(0)$  olması gerekir (Köse 1998:36).

Öncelikle kointegre olduğu düşünülen serilere klasik birim kök testi uygulanarak bütünleşme sıraları test edilmelidir. Eğer değişken sayısı ikiden fazla ise bağımlı değişkenin bütünleşme sırası açıklayıcı değişkenlerin her birinin bütünleşme sırasından büyük olmalıdır (Charemza ve Deadman 1992:146).

Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) farklı frekanslardaki birim köklerin araştırılması amacıyla oluşturulan teori genişletilerek mevsimsel kointegrasyon sistemi oluşturulmuştur.  $Q = 0, 1/4, 1/2, 3/4$  frekanslarında olsun. Burada  $I_Q(1)$  serinin  $Q$ . frekansta birinci sıradan bütünleşik olduğunu göstermektedir. Wold gösterimi  $(1 - B^4)X_t = C(B)e_t$  olarak verilmektedir. Burada  $e_t \sim WN(0, \sigma^2 I_N)$  dağılımlı ve  $N \times 1$  boyutlu bir rasgele vektörü,  $C(B)$  ise  $N \times N$  boyutlu gecikme polinom matrisini göstermektedir.

Sıfır frekansındaki kointegre ilişki,  $N \times r_1$  boyutlu ( $N > r_1 \geq 0$ ),  $\alpha_1' C(1) = 0$  olan  $\alpha_1$  matrisinin varlığına bağlıdır.  $1/2$  frekanstaki kointegre ilişki ise,  $N \times r_1$  boyutlu  $\alpha_2' C(-1) = 0$  olan  $\alpha_2$  matrisinin varlığına bağlıdır. Sütunlardaki  $\alpha_1$  ve  $\alpha_2$  sırasıyla sıfır ve  $1/2$  frekanstaki kointegre vektörleri  $r_1$  ve  $r_2$  ise kointegre rankları göstermektedir.  $1/4$  ve  $3/4$  frekanslardaki kointegre ilişki için, bu frekanslardaki birim köklerin,  $i$  ve eşleniği  $-i$  şeklinde kompleks olmasından dolayı  $\alpha_3$  ve  $\alpha_4$ ,  $N \times r_3$  boyutlu ( $N > r_3 \geq 0$  olmak üzere)  $\alpha(B) = \alpha_3 + \alpha_4 B$  şeklinde kointegre polinom vektörüne genişletilmiştir (Engle, Grenger, Hylleberg, Lee, 1993:281). Hata düzeltme modeline (ECM), frekanslar eklenerek Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) ya uyum gösteren model, aşağıdaki gibi yeniden düzenlenmiştir

$$A^*(B)\Delta_4 Y_t = \gamma_1 \alpha_1 Y_{1,t-1} + \gamma_2 \alpha_2 Y_{2,t-1} - (\gamma_3 \alpha_3 - \gamma_4 \alpha_4) Y_{3,t-2} + (\gamma_4 \alpha_3 + \gamma_3 \alpha_4) Y_{3,t-1} + e_t \quad (8)$$

veya

$$\tilde{A}^*(B)\Delta_4 Y_t = \gamma_1 \alpha_1 Y_{1,t-1} + \gamma_2 \alpha_2 Y_{2,t-1} - (\gamma_3 + \gamma_4 B)(\alpha_3 + \alpha_4 B) Y_{3,t-2} + e_t. \quad (9)$$

Burada,  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  ve  $\gamma_4$ ,  $N \times r_1, N \times r_2, N \times r_3$  ve  $N \times r_3$  boyutlu olmak üzere  $N$  eşitlikteki farklı her bir frekanstaki kointegre ilişki ağırlıklarını göstermektedir.  $Y_{1t}, Y_{2t}$  ve  $Y_{3t}$   $N \times 1$  boyutlu olmak üzere  $Y_{1t} = (1 + B + B^2 + B^3)Y_t$ ,  $Y_{2t} = -(1 - B + B^2 - B^3)Y_t$  ve  $Y_{3t} = -(1 - B^2)Y_t$  şeklinde  $Y_t$  nin gözlemlerinin dönüşümlerinden elde edilen vektörlerdir.  $A^*(B)$  ve  $\tilde{A}^*(B)$  nin tüm kökleri birim çemberin dışındadır ve  $A^*(0) = \tilde{A}^*(0) = I_N$  dir. Uzun dönem kointegre ilişkinin  $\alpha_1^1 Y_{\sim 1 \sim 1t}$ ,  $1/2$  frekanstaki kointegre ilişkinin  $\alpha_2^1 Y_{\sim 2 \sim 2t}$  şeklinde

olması ve 1/4 (ve 3/4) frekansta ise  $\left( \begin{matrix} \alpha^1 + \alpha^1 B \\ \sim_3 \quad \sim_4 \end{matrix} \right) Y_{\sim t}$  şeklindeki kointegre polinom ilişkisinin olması, eşitliğin sol tarafının dördüncü dereceden durağan bir otoregresif süreç olmasını gerektirmektedir (Engle, Granger, Hylleberg ve Lee 1993:282).

$Y_t$  GSYİH ve  $C_t$  tüketim değişkenlerini göstermek üzere,  $Y_t$  ve  $C_t \sim I_0(1)$ ,  $\theta = 0, 1/2, 1/4, 3/4$  her bir frekansta bir veya sıfır kointegre ilişki var olabilir.  $Y_t$  ve  $C_t$  için bütün frekanslarda,  $\theta = 0, 1/2, 1/4, 3/4$  kointegre seriler ise, yukarıdaki eşitlik aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir

$$\Delta_4 C_t = \sum_{j=1}^q \delta_j \Delta_4 Y_{t-j} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta_4 C_{t-i} + \gamma_{11} (C_{1,t-1} - \alpha_{12} Y_{1,t-1}) + \gamma_{12} (C_{2,t-1} - \alpha_{22} Y_{2,t-1}) - (\gamma_{13} + \gamma_{14} B) (C_{3,t-2} - \alpha_{32} Y_{3,t-2} - \alpha_{41} C_{3,t-3} - \alpha_{42} Y_{3,t-3}) + e_t. \quad (10)$$

Buna göre, (5) numaralı eşitliğin farklı periyotlardaki bileşenleri ilişkisiz olmak zorunda olduğundan durağan olacaktır. Aşağıda verilen özel kombinasyonlar her frekansta  $I(0)$  dır. Yani,

$$\begin{aligned} Z_{1t} &= C_{1t} - \alpha_{12} Y_{1t}, \quad (\text{sıfır frekans}) \\ Z_{2t} &= C_{2t} - \alpha_{22} Y_{2t}, \quad (1/2 \text{ frekans}) \\ Z_{3t} &= C_{3t} - \alpha_{32} Y_{3t} - \alpha_{41} C_{3,t-1} - \alpha_{42} Y_{3,t-1} \quad (1/4 \text{ ve } 3/4 \text{ frekansları}) \end{aligned} \quad (11)$$

durağandır. Fakat  $Z_{3t}$  de durağanlığının görülmesi biraz zordur. Önce  $Y_{3t} + Y_{3,t-2}$  ve  $C_{3t} + C_{3,t-2}$  nin  $I_{1/4}(0)$  olmalıdır. Yani,  $Z_{4t} = Z_{3,t-1} + (1 + B^2)(C_{3,t+1} - \alpha_{32} Y_{3,t+1})$  serisi  $I(0)$  dır.

$C_{3t}$  ve  $Y_{3t}$  arasındaki kointegre ilişki  $C_{3t}$  nin  $Y_{3t}$  ve  $Y_{3,t-1}$  üzerine regresyonu ile tahmin edilebilir.  $C_{1t}$  nin  $Y_{1t}$ ,  $C_{2t}$  nin  $Y_{2t}$  ve  $C_{3t}$  nin  $Y_{3t}$  ve  $Y_{3,t-1}$  üzerine yapılan regresyonlardan elde edilen hatalar sırasıyla  $u_t$ ,  $v_t$  ve  $w_t$  şeklinde gösterilsin. Sıfır frekanstaki kointegrasyon testi  $\Delta u_t$  nin  $u_{t-1}$  üzerine regresyonu ile yapılır.  $\Delta u_t$  nin anlamlı bulunan gecikmeleri modele ilave edilebilir. Burada  $u_{t-1}$  in katsayısına ilişkin “t” istatistiğinin dağılımı Dickey-Fuller de verilen t-türü istatistikle ile aynı değildir. Bunun yerine, Engle ve Granger(1987) veya Engle ve Yoo (1987) de elde edilen dağılımlar kullanılmaktadır. 1/2 frekansta ise,

$(v_t + v_{t-1})$  in  $-(v_{t-1})$  üzerine regresyonu yapılır. Dağılım sıfır frekanstaki ile aynıdır. 1/4 (ve 3/4) frekansta ise,  $c_{3t} = \hat{\beta}_1 y_{3t} + \hat{\beta}_2 y_{3,t-1} + w_t$  şeklinde kurulan regresyon denkleminin artıkları,  $(w_t + w_{t-2}) = \pi_3(-w_{t-2}) + \pi_4(-w_{t-1}) + \zeta_t$ , şeklinde oluşturulan model kullanılarak test edilir (Engle, Granger, Hylleberg ve Lee 1993:284).

Şimdi, bu çalışmanın amacı olan GSYİH ve tüketim verileri arasında mevsimsel kointegre bir ilişkinin varlığını araştıralım. Daha önce, her iki serinin bütünleşme sıraları tartışılmıştı (Tablo 1). GSYİH ve tüketim serilerinin, sıfır frekans, 1/2 frekans ve mevsimsel frekanstaki kointegre ilişkileri için yapılan test sonuçları sırasıyla Tablo 2, Tablo 3 ve Tablo 4 verilmiştir. Sıfır frekansta (deterministik bileşenin modelde olmadığı durumda) seriler arasında kointegre ilişki bulunmuş, 1/2 frekansta ise kointegre ilişki bulunamamıştır. 1/4 (ve 3/4) frekansta sabit terim ve mevsimsel kukla değişkenin modelde bulunması halinde kointegre ilişki bulunmuştur.

**Tablo2.** Sıfır frekanstaki (uzun dönem) kointegrasyon testi<sup>a</sup>

Bağımlı Değişken	Kointegrasyon			Yardımcı Regresyon		Hataların Birim Kök Testi
	Açıklayıcı Değişken $Y_{1t}$	Deterministik Bileşen	$R^2$	Deterministik Bileşen	Gecikme Uzunluğu	DF $t_{\hat{\pi}_1}$
$C_{1t}$	1,2873 (0,0577)	I, TR	0,9861	-	1, 2	-3,4105
$C_{1t}$	0,9104 (0,0179)	I	0,9761	-	1, 2	-2,71
$C_{1t}$	0,9618 (0,0003)	-	0,9729	-	1, 2	-2,1967*
$C_{1t}$	1 (sabit)	-	-	I, TR I, TR, SD	2 1	-2,1226 -1,9467

<sup>a</sup>  $\Delta u_t = \pi_1 u_{t-1} + \sum_{j=1}^k b_j \Delta u_{t-j} + e_t$ ,  $u_t$  'ler kointegre regresyondan elde edilen hataları göstermektedir.

**Tablo3.** 1/2 frekanstaki (altı aylık) kointegrasyon testi<sup>a</sup>

Bağımlı Değişken	Kointegrasyon			Yardımcı Regresyon	Hataların Birim Kök Testi
	Açıklayıcı Değişken Y <sub>2t</sub>	Deterministik Bileşen	R <sup>2</sup>	Gecikme Uzunluğu	DF t <sub>π̂<sub>2</sub></sub>
C <sub>2t</sub>	0,2251 (0,2399)	I, SD	0,6477	1, 4	1,3240
C <sub>2t</sub>	1,1534 (0,1374)	I	0,5279	2, 4	-0,4049
C <sub>2t</sub>	1,1434 (0,1347)	-	0,5264	1, 2	-0,3786

<sup>a</sup>  $(v_t + v_{t-1}) = \pi_2(-v_{t-1}) + \sum_{j=1}^k b_j(v_{t-j} + v_{t-j-1}) + e_t$ ,  $v_t$  ' ler kointegre regresyondan elde edilen hataları göstermektedir.

**Tablo 4.** 1/4 (ve 3/4) frekanstaki kointegrasyon testi<sup>a</sup>.

Bağımlı Değişken	Kointegrasyon			Yardımcı Regresyon Gecikme Uzunluğu	Hataların Birim Kök Testi			
	Açıklayıcı Değişken Y <sub>3t</sub> , Y <sub>3t-1</sub>		Deterministik Bileşen		R <sup>2</sup>	HEGY test		
	t	t				F		
					$\hat{\pi}_3$	$\hat{\pi}_4$	$\hat{\pi}_3 \cap \hat{\pi}_4$	
C <sub>3t</sub>	0,9038 (0,0579)	0,3188 (0,0559)	I, SD	0,9867	1	-4,3887	-3,0577	17,8149*
C <sub>3t</sub>	0,7418 (0,0145)	0,0446 (0,0142)	I	0,9768	1	-3,1750	-1,1172	5,6269
C <sub>3t</sub>	0,7422 (0,0144)	0,0451 (0,0140)	-	0,9767	1	-3,1755	-1,1106	5,6212

<sup>a</sup>  $(w_t + w_{t-2}) = \pi_3(-w_{t-2}) + \pi_4(-w_{t-1}) + \sum_{j=1}^k b_j(w_{t-j} + w_{t-j-2}) + e_t$ ,  $w_t$  ' ler kointegre regresyondan elde edilen hataları göstermektedir.

## 5. Sonuç

Çalışma GSYİH ve tüketim serileri için 1987:1 – 2003:4 dönemlerini kapsamaktadır. Sonuçlar dikkate alındığında logaritması alınmış tüketim serisinde 0 frekansta ve mevsimsel frekansta birim kök reddedilememiştir. Bu sonuçlar altında tüketim serisinin durağan olmadığı ve mevsimsel dalgalanmanın anlamlı bir değişim gösterdiği gözlemlenmiştir. Benzer sonuçlar GSYİH serisi içinde gözlenmiş ve mevsimsel dalgalanmanın daha düzenli olduğu tespit edilmiştir. Mevsimsel birim köke modelde deterministik bileşenin, sabit terimin ve sabit terim ile trendin birlikte olduğu durumda rastlanmıştır. GSYİH ve tüketim serileri arasında sıfır frekansta modelde deterministik değişken yok iken kointegre ilişki bulunmuştur. 1/4(ve 3/4) frekansta ise modele sabit terim ve mevsimsel kukla değişken ilave edildiğinde kointegre ilişki bulunmuştur.

## KAYNAKÇA

Akdi, Y. (2003) "Zaman Seileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)" Ankara: Bıçaklar Kitabevi İstatistik Dizisi No:2.

Beaulieu, J. ve J.A. Miron, (1990) "Seasonal Unit Roots and Deterministic Seasonals in Aggregate U.S. Data" Manuscript (Boston University, Boston, MA).

Box, G.E.P., ve Jenkins, G.M.(1970)"Time Series Analysis: Forecasting and Control" San Francisco:Holden-Day.

Charemza, W.W. ve D. F. Deadman (1992) "New Direction in Econometric Practice" Edwarp Elgar Pub. Lim., Aldershot.

Dickey, D. A., ve W. A. Fuller (1979) "Distrubition of the Estimators for Autogressive Time Series with a Unit Root" Journal of the American Statistical Association, 84, 427-431.

Dickey, D. A., H. P. Hasza, ve W. A. Fuller (1984) "Testing For Unit Roots in Seasonal Time Series" Journal of the American Statistical Association, 79, 355-367.

Dickey, D.A., ve S. G. Pantula (1987) "Determining the Order of Differencing in Autoregressive Process" Journal of Economics Statistics, 5, 455-461.

Engle, R. F., ve C. W. J. Granger (1987) "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing" Econometrica, vol:55, 251-276

Engle, R. F., Granger, C. W. J., Hylleberg, S., Lee, H. S. (1993) "Seasonal Cointegration: The Japanese Consumption Function" Journal of Econometrics, 55, 275-298.

Franses, P. H., (1990) "Testing for Seasonal Unit Roots in Monthly Data" reportno. 9032/A (Erasmus University, Rotterdam).

Franses, P. H., ve McAleer, M. (1998) "Cointegration Analaysis of Seasonal Time Series" Journal of Economic Surveys vol:12, no:5.

Fuller, W. A. (1996) "Introduction of Statistical Time Series" Wiley, New York, NY.

Ghysels, E. (1994) "On The Economics and Econometrics of Seasonality " In C.A. Sims (ed.) Advances in Econometrics, Sixth World Congress of the Econometric Society, Cambridge: Cambridge University Pres.

Granger, C. W. J. (1978) "Seasonality: Causation İnterpretation, and Implications in Seasonal Analysis of Economic Time Series. " Proceedings of the Conference on the Seasonal Analaysis of Economic Time Series, 9-10 Sept. 1976 (A. Zellner, ed.), US Department of Commerce, Bureau of the Census, Washington DC.

Hylleberg, S. (1986) "The Historical Perspective, in Seasonality in Regression" Orlando: Academic Pres, 7-14.

Hylleberg, S., Engle, R. F., Granger, C. W. J., ve Yoo, B. S. (1990) "Seasonal İntegration and Cointegration" Journal of Econometrics, 44, 215-238.

Hylleber, S. (1992) "Modelling Seasonality" Oxford University Pres. New York.

Köse, N. (1998) "Vektör Otoregressif Modeller Üzerine Bir İnceleme" Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, Ankara.

Miron, J. A. (1996) "The Economics of Seasonal Cycles" Cambridge: MIT Pres.

Nelson, C.R., ve C. I. Plosser (1982) "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series" Journal of Monetary Economics, 10, 129-162.

Thomas, J. J., ve Wallis, K. F. (1971) "Seasonal Variation in Regression Analysis" Journal of the Royal Statistical Society Series A, 134, 67-72.